



**EGZAMIN
W KLASIE TRZECIEJ GIMNAZJUM
W ROKU SZKOLNYM 2016/2017**

CZĘŚĆ 2.

MATEMATYKA

ZASADY OCENIANIA ROZWIĄZAŃ ZADAŃ
ARKUSZE: GM-MX1, GM-M2, GM-M4, GM-M5, GM-M6

KWIECIEŃ 2017

Zadanie 1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	8. Wykresy funkcji. Uczeń: 4) odczytuje i interpretuje informacje przedstawione za pomocą wykresów funkcji [...].

Rozwiązanie

FP

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń: 7) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, w tym do zamiany jednostek [...].

Rozwiązanie

C

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 3. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	2. Liczby wymierne (dodatnie i niedodatnie). Uczeń: 3) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli liczby wymierne.

Rozwiązanie

B

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 4. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń: 4) zaokrągla rozwinięcia dziesiętne liczb.

Rozwiązanie

D

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 5. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	<i>Umiejętności z zakresu szkoły podstawowej.</i> 1. Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym. Uczeń: 1) odczytuje i zapisuje liczby naturalne wielocyfrowe. 2. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 7) rozpoznaje liczby naturalne podzielne przez [...] 3 [...].

Rozwiązanie

FP

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 6. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	3. Potęgi. Uczeń: 1) oblicza potęgi liczb wymiernych o wykładnikach naturalnych; 3) porównuje potęgi o różnych wykładnikach naturalnych i takich samych podstawach [...].

Rozwiązanie

PF

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 7. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	4. Pierwiastki. Uczeń: 1) oblicza wartości pierwiastków drugiego [...] stopnia z liczb, które są [...] kwadratami [...] liczb wymiernych; 3) mnoży i dzieli pierwiastki drugiego stopnia.

Rozwiązanie

B

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 8. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	5. Procenty. Uczeń: 4) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym [...].

Rozwiązanie

C

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 9. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	6. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń: 2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych.

Rozwiązanie

A

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 10. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń: 7) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, w tym do zamiany jednostek [...].

Rozwiązanie

C

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 11. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą [...] diagramów słupkowych [...]; 5) analizuje proste doświadczenia losowe [...] i określa prawdopodobieństwa najprostszych zdarzeń w tych doświadczeniach [...].

Rozwiązanie

NB

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 12. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	6. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń: 7) wyznacza wskazaną wielkość z podanych wzorów, w tym [...] fizycznych.

Rozwiązanie

B

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 13. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	6. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń: 1) opisuje za pomocą wyrażeń algebraicznych związki między różnymi wielkościami.

Rozwiązanie

C

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 14. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.	<i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> 8. Kąty. Uczeń: 6) rozpoznaje kąty wierzchołkowe i kąty przyległe oraz korzysta z ich własności.

Rozwiązanie

PP

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 15. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	10. Figury płaskie. Uczeń: 6) oblicza pole koła, pierścienia kołowego, wycinka kołowego; 9) oblicza pola i obwody trójkątów i czworokątów.

Rozwiązanie

D

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 16. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	10. Figury płaskie. Uczeń: 8) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach [...].

Rozwiązanie

PP

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 17. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	<i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> 9. Wielokąty, koła, okręgi. Uczeń: 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów trójkąta. 10. Figury płaskie. Uczeń: 3) korzysta z faktu, że styczna do okręgu jest prostopadła do promienia poprowadzonego do punktu styczności; 4) rozpoznaje kąty środkowe.

Rozwiązanie

D

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 18. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	10. Figury płaskie. Uczeń: 9) oblicza pola i obwody [...] czworokątów. 4. Pierwiastki. Uczeń: 3) mnoży i dzieli pierwiastki drugiego stopnia.

Rozwiązanie

D

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 19. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	11. Bryły. Uczeń: 2) oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa prostego [...] (także w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym).

Rozwiązanie

A

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadanie 20. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	<i>Umiejętność z zakresu szkoły podstawowej.</i> 14. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu [...] geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

Rozwiązanie

B

Schemat punktowania

1 p. – poprawna odpowiedź.

0 p. – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadania otwarte**Uwaga**

- Za każde inne niż przedstawione poprawne rozwiązanie przyznaje się maksymalną liczbę punktów.
- Jeśli na jakimkolwiek etapie rozwiązania zadania uczeń popełnił jeden lub więcej błędów rachunkowych, ale zastosował poprawne metody obliczania, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych kryteriów oceniania dopuszcza się:
 1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6 – 9, ...)
 2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
 3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
 4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe)
 5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
 6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
 7. niekończenie wyrazów
 8. problemy z zapisywaniem jednostek (np. °C – OC, ...)
 9. błędy w przepisywaniu
 10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
 11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np. $x^2 - x_2$, $m^2 - m_2$, ...).

Zadanie 21. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 4) wyznacza średnią arytmetyczną [...] zestawu danych.

Przykładowe rozwiązanie

Suma trzech pierwszych liczb jest równa $a + b + c = 3 \cdot 4 = 12$.

Suma dwóch następnych liczb jest równa $d + e = 2 \cdot 2 = 4$.

Suma pięciu liczb jest równa $a + b + c + d + e = 4 + 12 = 16$.

Średnia pięciu liczb jest równa $\frac{a + b + c + d + e}{5} = 16 : 5 = 3,2$.

Poziom wykonania**P₆ – 2 punkty – pełne rozwiązanie**

uzasadnienie, że średnia arytmetyczna zestawu tych pięciu liczb jest równa 3,2

P₂ – 1 punkt – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane

ustalenie, że suma trzech różnych liczb jest równa iloczynowi ich średniej arytmetycznej przez 3 ($4 \cdot 3$) i suma innych dwóch różnych liczb jest równa iloczynowi ich średniej arytmetycznej przez 2 ($2 \cdot 2$)

P₀ – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Uwaga

Jeżeli uczeń rozwiązuje zadanie przyjmując konkretne liczby, to otrzymuje 0 punktów.

Zadanie 22. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń: 7) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, w tym do zamiany jednostek [...]. 7. Równania. Uczeń: 7) za pomocą równań lub układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym.

Przykładowe rozwiązania**I sposób**

m – ładowność małej ciężarówki

d – ładowność dużej ciężarówki

$$\begin{cases} 5m + 2d = 27 \\ 3m + 3d = 27 \end{cases}$$

Po rozwiązaniu układu równań otrzymujemy:

$$\begin{cases} m = 3 \\ d = 6 \end{cases}$$

Obliczamy liczbę kursów dużej ciężarówki:

$$27 : 6 = 4\frac{1}{2}, \text{ więc liczba kursów jest równa } 5.$$

Odpowiedź: Jedna duża ciężarówka wykona 5 kursów.

II sposób

Do przewozu 27 ton żwiru potrzeba 5 małych i 2 dużych ciężarówek albo 3 małych i 3 dużych ciężarówek. Wnioskujemy stąd, że ładowność dużej ciężarówki jest dwukrotnie większa niż ładowność małej.

m – ładowność małej ciężarówki

$2m$ – ładowność dużej ciężarówki

$$5m + 2 \cdot 2m = 27$$

Po rozwiązaniu równania otrzymujemy:

$$\begin{aligned} m &= 3 \\ 2m &= 6 \end{aligned}$$

Obliczamy liczbę kursów dużej ciężarówki:

$$27 : 6 = 4\frac{1}{2}, \text{ więc liczba kursów jest równa } 5.$$

Odpowiedź: Jedna duża ciężarówka wykona 5 kursów.

III sposób

Do przewozu 27 ton żwiru potrzeba 5 małych i 2 dużych ciężarówek albo 3 małych i 3 dużych ciężarówek. Wnioskujemy stąd, że ładowność dużej ciężarówki jest dwukrotnie większa niż ładowność małej.

d – ładowność dużej ciężarówki

$\frac{1}{2}d$ – ładowność małej ciężarówki

$$5 \cdot \frac{1}{2}d + 2 \cdot d = 27$$

Po rozwiązaniu równania otrzymujemy:

$$d = 6$$

$$\frac{1}{2}d = 3$$

Obliczamy liczbę kursów dużej ciężarówki:

$$27 : 6 = 4\frac{1}{2}, \text{ więc liczba kursów jest równa } 5.$$

Odpowiedź: Jedna duża ciężarówka wykona 5 kursów.

Poziom wykonania**P₆ – 3 punkty – pełne rozwiązanie**

poprawne wyznaczenie liczby kursów dużej ciężarówki (5)

P₅ – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itp.)

obliczenie ładowności małej ciężarówki (3 tony) lub dużej ciężarówki (6 ton)

LUB

ustalenie liczby kursów dużej ciężarówki z konsekwencją popełnionych błędów rachunkowych przy wyznaczaniu ładowności małej lub dużej ciężarówki

P₂ – 1 punkt – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane zapisanie poprawnego układu równań opisującego związku między wielkościami podanymi w zadaniu (nawet bez oznaczenia niewiadomych użytych w równaniach)

LUB

stwierdzenie, że ładowność dużej ciężarówki jest dwukrotnie większa niż ładowność małej

P₀ – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

IV sposób m – ładowność małej ciężarówki d – ładowność dużej ciężarówki

$$5m + 2d = 3m + 3d$$

$$d = 2m$$

$$5m + 2d = 27 \quad \text{lub} \quad 3m + 3d = 27$$

$$2,5d + 2d = 27 \quad \text{lub} \quad 1,5d + 3d = 27$$

$$4,5d = 27 \quad \text{lub} \quad 4,5d = 27$$

Odpowiedź: Jedna duża ciężarówka wykona 5 kursów.

V sposób m – ładowność małej ciężarówki d – ładowność dużej ciężarówki

$$5m + 2d = 3m + 3d$$

$$d = 2m$$

$$5m + 2d = 27 \quad \text{lub} \quad 3m + 3d = 27$$

$$5m + 4m = 27 \quad \text{lub} \quad 3m + 6m = 27$$

$$9m = 27 \quad \text{lub} \quad 9m = 27$$

$$4,5d = 27 \quad \text{lub} \quad 4,5d = 27$$

Odpowiedź: Jedna duża ciężarówka wykona 5 kursów.

VI sposób

– mała ciężarówka



– duża ciężarówka

27 ton:



lub



zatem

$$\text{Small circle} + \text{Small circle} = \text{Large rectangle}$$

27 ton:



lub



Odpowiedź: Jedna duża ciężarówka wykona 5 kursów.

Poziom wykonania**P₆ – 3 punkty – pełne rozwiązanie**

poprawne wyznaczenie liczby kursów dużej ciężarówki (5)

P₅ – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonywanie wyboru właściwych rozwiązań itp.)

pokazanie na rysunku, że 27 ton żwiru można przewieźć 9 małymi ciężarówkami lub 4 dużymi i jedną małą przy pełnym ich załadunku

LUB

zapisanie, że 27 tonami żwiru można wypełnić 9 małych ciężarówek lub 4 i pół dużej

P₂ – 1 punkt – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane

pokazanie na rysunku lub zapisanie, że ładowność dużej ciężarówki jest dwukrotnie większa niż ładowność małej

P₀ – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Uwaga

- Jeżeli uczeń odgaduje ładowności ciężarówek i sprawdza warunki zadania oraz
 - poprawnie wyznacza liczbę kursów dużej ciężarówki (5) – otrzymuje 2 punkty,
 - ustala poprawny sposób wyznaczenia liczby kursów ($27 : 6$, $27 : 3$) – otrzymuje 1 punkt.
- Jeżeli uczeń poprawnie wyznacza liczbę kursów (5) i mnoży ją przez 2, to otrzymuje 3 punkty.

Zadanie 23. (0–4)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	10. Figury płaskie. Uczeń: 7) stosuje twierdzenie Pitagorasa; 9) oblicza pola [...] trójkątów i czworokątów. 11. Bryły. Uczeń: 2) oblicza [...] objętość [...] graniastosłupa [...].

Przykładowe rozwiązania**I sposób**

Podstawą graniastosłupa jest trójkąt prostokątny o bokach 13 cm, 12 cm i x , zatem z twierdzenia Pitagorasa ($13^2 = 12^2 + x^2$) otrzymujemy $x = 5$.

Zacieniowana część siatki graniastosłupa to trapez równoramienny, którego wysokość jest równa 12 cm, górna podstawa y , dolna podstawa $(y + 10)$, a pole 168 cm^2 .

$$168 = \frac{(y + y + 10) \cdot 12}{2}$$

$y = 9$ (cm) – wysokość graniastosłupa

$$V = P_p \cdot H$$

$$V = \frac{12 \cdot 5}{2} \cdot 9 = 270 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Odpowiedź: Objętość graniastosłupa jest równa 270 cm^3 .

II sposób

Podstawą graniastosłupa jest trójkąt prostokątny o bokach 13 cm, 12 cm i x , zatem z twierdzenia Pitagorasa ($13^2 = 12^2 + x^2$) otrzymujemy $x = 5$.

Zacieniowana część siatki graniastosłupa to trapez równoramienny, który składa się z dwóch trójkątów prostokątnych i prostokąta. Trójkąt prostokątny jest podstawą graniastosłupa.

$$P_p = \frac{12 \cdot 5}{2} = 30 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$168 = 2 \cdot 30 + 12H$$

$$H = 9 \text{ (cm)} - \text{wysokość graniastosłupa}$$

$$V = P_p \cdot H$$

$$V = \frac{12 \cdot 5}{2} \cdot 9 = 270 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Odpowiedź: Objętość graniastosłupa jest równa 270 cm^3 .

Poziom wykonania**P₆ – 4 punkty – pełne rozwiązanie**

obliczenie objętości graniastosłupa (270 cm^3)

P₅ – 3 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale dalsza część rozwiązania zawiera usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itp.)

poprawny sposób obliczenia objętości graniastosłupa

P₄ – 2 punkty – zasadnicze trudności zadania zostały pokonane bezbłędnie, ale rozwiązanie nie zostało dokończone lub dalsza część rozwiązania zawiera poważne błędy merytoryczne

poprawny sposób obliczenia wysokości graniastosłupa

P₂ – 1 punkt – dokonano istotnego postępu, ale zasadnicze trudności zadania nie zostały pokonane

poprawny sposób obliczenia najkrótszej krawędzi podstawy graniastosłupa

P₀ – 0 punktów – rozwiązanie niestanowiące postępu

rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Uwaga

Jeżeli uczeń przyjmuje, że 12 cm i 13 cm są długościami

• dwóch krótszych krawędzi podstawy graniastosłupa
albo

• najkrótszej i najdłuższej krawędzi podstawy graniastosłupa
i oblicza objętość graniastosłupa, to może otrzymać maksymalnie 2 punkty.